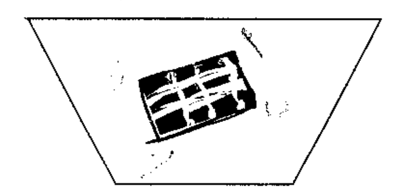
المســـــــــــاحات

المنطقة المستوية :
هي مجموعة نقط داخل الشكل المضلع اتحاد مجموعة نقط المضلع نفسه .
و تسمى المنطقة المستوية باسم المضلع الذي يحددها

* أي مضلع يقسم المستوى إلي ثلاث مجموعات من النقط :



(١) نقط خارج الشكل المضلع
(٢) نقط داخل الشكل المضلع
(٣) نقط المضلع نفسه

المســاحة : هي قياس جزء من سطح مستوى
أو عدد ما يحتويه الشكل من وحدات المساحة المربعة

وحدة قياس المساحة : هي مساحة سطح مربع طول ضلعه وحدة قياس الأطوال
مثل السنتمتر المربع / ديسيمتر المربع / المتر المربع

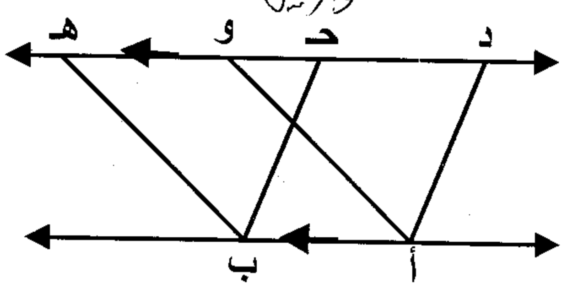
مســـــلمات المســاحة :

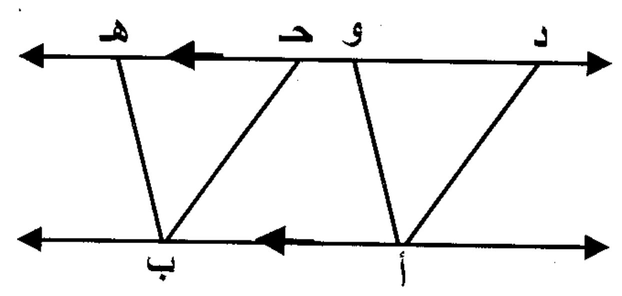
(١) مساحة المضلع دائما عدد موجب
(٢) مساحة المستطيل = الطول × العرض
محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه
محيط المربع = ٤ × طول ضلعه
(٣) كل مضلعين متطابقين متساويان في المساحة و العكس غير صحيح
(٤) مساحة المنطقة المستوية المكونة من منطقتين (أو أكثر) تساوى مجموع مساحتي (أو مساحات) هاتين المنطقتين .

متوازي الأضلاع : هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متساويين و متوازيين
ملحوظة : أي ضلع من أضلاع متوازي الأضلاع يمكن اعتباره قاعدة له أما الارتفاع هو البعد العمودى من آي رأس على الضلع المقابل .

نـــظرية (١ ـ ١)

سطحا متوازيا الأضلاع المشتركين في القاعدة و المحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة ٠





المعطيات : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـ د}$ ، أ ب حـ د ، أ ب هـ و متوازيا أضلاع ، $\overline{أب}$ قاعدة مشتركة لهما

المطلوب : إثبات أن مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ أ ب هـ و

البرهان : △△ أ د و ، ب حـ هـ

أ د = ب حـ
ق(∠ أ د و) = ق(∠ ب حـ هـ) بالتناظر
ق(∠ أ و د) = ق(∠ ب هـ حـ) بالتناظر

∴ ينطبق المثلثان

∴ مساحة المثلث أ د و = مساحة المثلث ب حـ هـ

∴ مساحة الشكل أ ب هـ د ـ مساحة المثلث ب حـ هـ = مساحة الشكل أ ب هـ د ـ مساحة المثلث أ د و

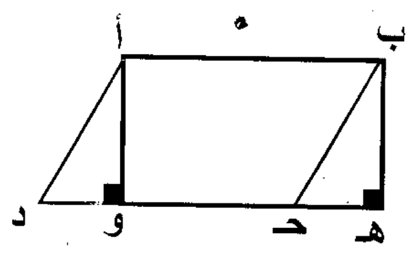
∴ مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ د = مساحة متوازي الأضلاع أ ب هـ و

---

(١) نتائج هـــامـة :

(١) مساحة متوازي الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة و المحصور معه بين مستقيمين متوازيين ٠

مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ د = مساحة المستطيل أ ب هـ و

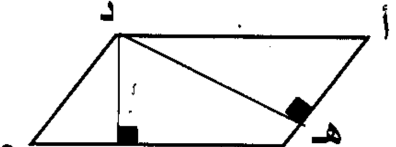


(٢) مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

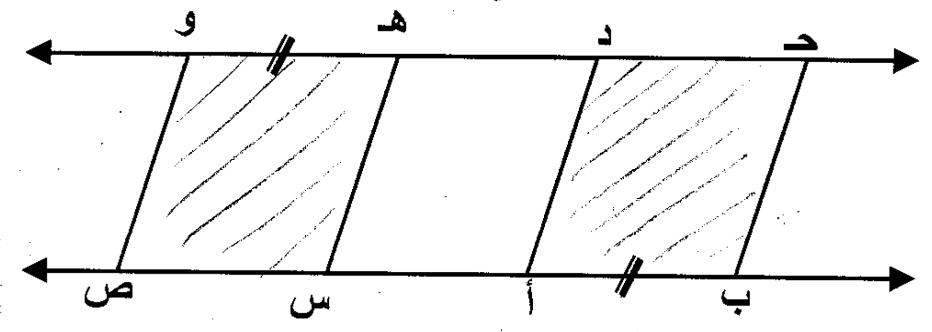
مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ د

= أ ب × د هـ

= ب حـ × د و

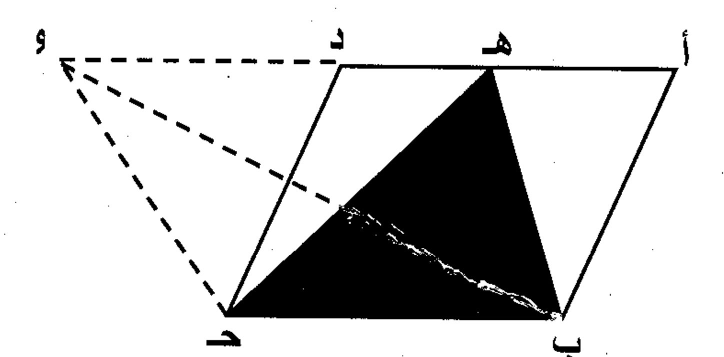


(٣) متوازيا الأضلاع المحصوران بين مستقيمين متوازيين وقواعدهما التي على أحد هذين المستقيمين متساوية في الطول تكون مساحتاهما متساويتين ٠



مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ د = مساحة متوازي الأضلاع هـ س ص و

(٤) مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة



مساحة المثلث هـ ب حـ =

مساحة المثلث و ب حـ =

$\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د

(٥) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{\text{طول القاعدة × الارتفاع المناظر}}{٢}$

مساحة المثلث أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ و

= $\frac{١}{٢}$ أ ب × هـ حـ

الايميل / elmnfalty26@yahoo.com تليفون / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

@ مسائل علي النتـــائج :

أكمل ماياتي :

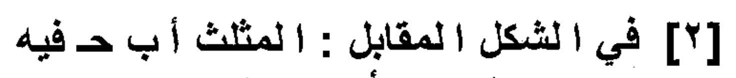
(١) متوازي أضلاع طول قاعدته ٨ س ، وارتفاعه ٦ سم فإن مساحته = ...

(٢) مثلث طول قاعدته ٨ سم ، ارتفاعه ٥ سم فإن مساحته = ... سم^{٢}

(٣) مساحة مستطيل بعداه ٨ سم ، ١٢ سم = ... سم^{٢}

(٤) مساحة المربع الذى طول ضلعه ل = ... وحدة مربعة

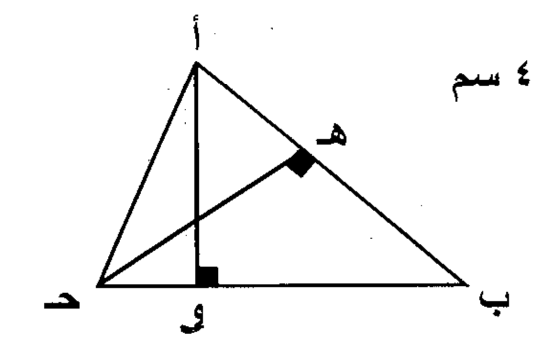
(٥) مستطيل مساحته ٣٦ سم^{٢} وأحد بعديه ١٢ سم فإن بعده الآخر = ... سم



[٢] في الشكل المقابل : المثلث أ ب حـ فيه

ب حـ = ٨ سم ، أ ب = ٦ سم ، هـ حـ = ٤ سم

أوجد مساحة المثلث أ ب حـ ، طول $\overline{\text{أ و}}$

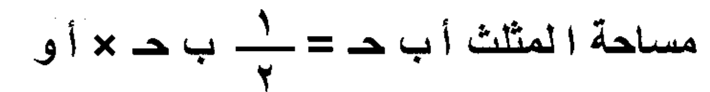


الحل :

مساحة المثلث أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب × هـ حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٤

= ١٢ سم^{٢}



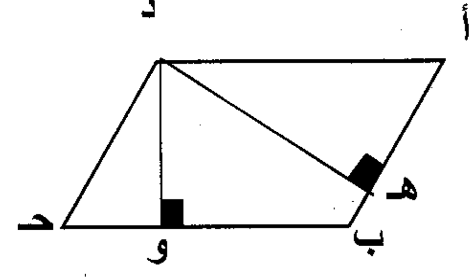
مساحة المثلث أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ و

١٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × أ و

∴ أ و = ١٢ ÷ ٤ = ٣ سم

---

[٣] في الشكل المقابل :



أ ب حـ د متوازي أضلاع فيه

أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، د و = ٥ سم

أوجد مساحة ▱ أ ب حـ د ، طول $\overline{\text{د هـ}}$

الحل :

مساحة ▱ أ ب حـ د = طول القاعدة × الارتفاع

= ب حـ × د و = ٨ × ٥ = ٤٠ سم^{٢}

مساحة ▱ أ ب حـ د = أ ب × د هـ

٤٠ = ٦ × د هـ

∴ د هـ = ٦,٦ سم

[٤] في الشكل المقابل :

أ ب حـ د مربع ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$

محيط المربع أ ب حـ د = ٤٨ سم

أوجد مساحة المثلث أ هـ حـ

الحل : نفرض طول ضلعه = ل

محيط المربع = ٤ × طول ضلعه

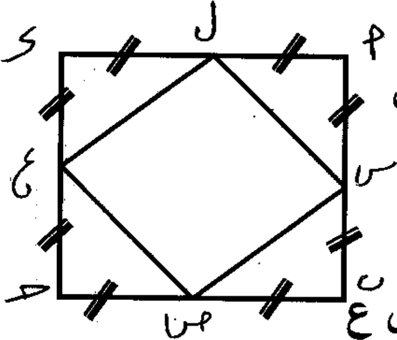
٤٨ = ٤ × ل ∴ ل = ٤٨ ÷ ٤ = ١٢ سم

∴ أ ب = ١٢ سم ، أ هـ = هـ ب = ٦ سم

مساحة المثلث أ هـ حـ = $\frac{١}{٢}$ أ هـ × ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ١٢ = ٣٦ سم٢

---

[٥] في الشكل المقابل :



أ ب حـ د مربع ، س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاعه ، مساحة المربع = ١,٩٦ سم٢

أوجد مساحة الشكل س ص ع ل

الحل :

مساحة المثلث أ س ص = مساحة المثلث ب ص ع

= مساحة المثلث ع ل حـ

= مساحة س د ل

= $\frac{١}{٢}$ أ ص × أ س = $\frac{١}{٢}$ × ٧ × ٧

= ٤٩ ÷ ٢ = ٢٤,٥ سم٢

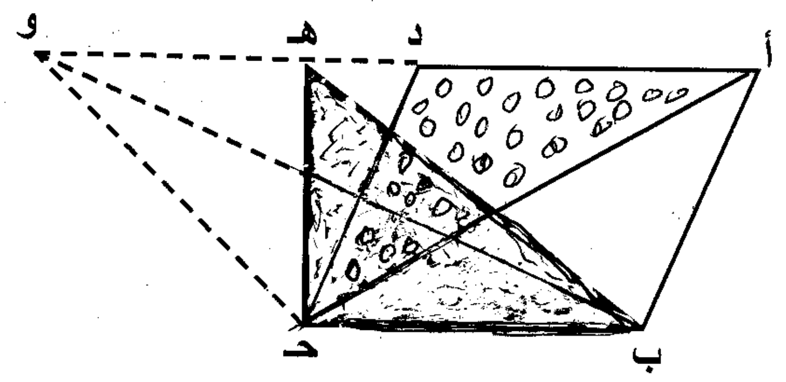
مساحة الشكل س ص ع ل = مساحة ▱ أ ب حـ د - ٤ × مساحة المثلث أ س ص

= ١٩٦ - ٤ × ٢٤,٥ = ١٩٦ - ٩٨ = ٩٨ سم٢

---

[٦] في الشكل المقابل :

أ ب حـ د ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع ، $\overleftrightarrow{أ و}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$



برهن أن : مساحة المثلث أ د حـ = مساحة المثلث ب حـ هـ

البرهان : ∵ أ ب حـ د ، ب حـ و هـ متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ ب حـ و هـ (١)

∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ قطر لمتوازي الأضلاع أ ب حـ د

∴ مساحة المثلث أ حـ د = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د (٢)

∵ $\overline{\text{هـ حـ}}$ قطر متوازي الأضلاع ب حـ و هـ

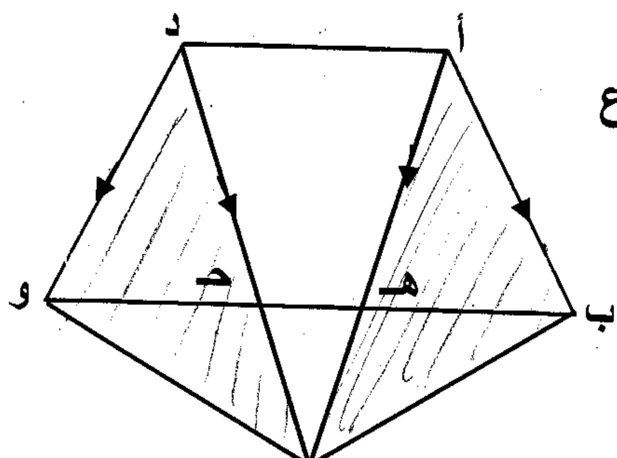
∴ مساحة المثلث ب حـ هـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ ب حـ و هـ (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ نجد أن :

∴ مساحة المثلث أ حـ د = مساحة المثلث ب حـ هـ

سؤال للتفكير

[١] في الشكل المقابل :
أ ب حـ د ، أ هـ و د متوازيا أضلاع
، $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}} \cap \overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ = { س }
أثبت أن :
مساحة المثلث أ ب س =
مساحة المثلث د و س



[٢] أ ب حـ د متوازي أضلاع مساحته ١٠٠ سم^{٢} ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ يقطع $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ في م أوجد مساحة المثلث أ م د (إرشاد نصل $\overline{\text{أ هـ}}$)

٣ فى الشكل الموضح :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{أء}$ ، و ∈ $\overleftrightarrow{أء}$

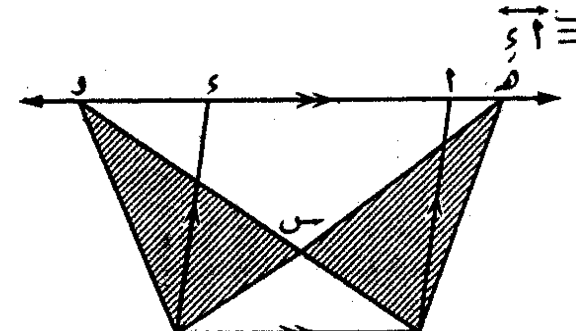
أثبت أن : مساحة Δ هـ ب س

تساوى مساحة Δ و جـ س

وإذا كانت مساحة Δ س ب جـ

= $\frac{١}{٦}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء = ١٢ سم^{٢}

فاحسب مساحة Δ و جـ س



---

٤ فى الشكل الموضح :

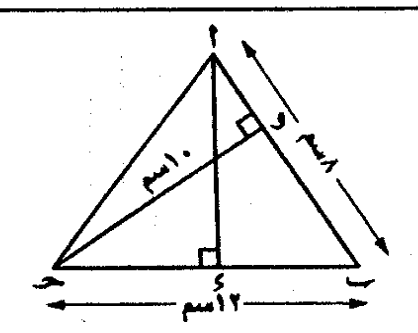
أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٢ سم

، رسم $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ و}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

فإذا كان : جـ و = ١٠ سم

فأوجد : (١) مساحة Δ أ ب جـ

(٢) طول $\overline{أء}$



---

٥ أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه : أ ب = أ جـ = ١٣ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، ء منتصف $\overline{ب جـ}$ فإذا كانت مساحة Δ أ ب جـ = ٦٠ سم^{٢} فاحسب طول $\overline{أء}$ ثم أوجد النسبة بين محيطى Δ Δ أ ب ء ، أ ب جـ

---

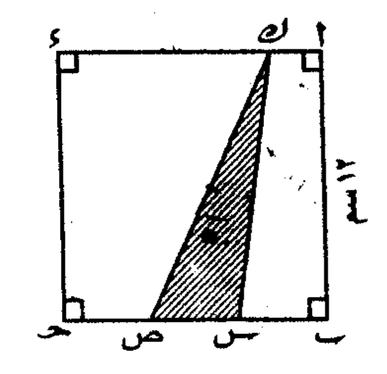
٦ فى الشكل المقابل :

إذا كان أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٢ سم

، س منتصف $\overline{ب ص}$

، ص منتصف $\overline{س جـ}$

أوجد مساحة المثلث ك س ص



تساوى مساحات المثلثات

* رأينا فى الدرس السابق أن مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × الارتفاع المناظر لها

ونتيجة لذلك فإنه :

إذا تساوى طولا قاعدتى مثلثين وتساوى ارتفاعهما المناظران لهاتين القاعدتين كان هذان المثلثان متساويين فى المساحة.

والشكلان الآتيان يوضحان لنا حالتين خاصتين لتساوى مساحتى مثلثين :

(١) المثلثان المشتركان فى الرأس وقاعدتاهما المتساويتان فى الطول تقعان على مستقيم واحد متساويان فى المساحة.

ففى الشكل المقابل :

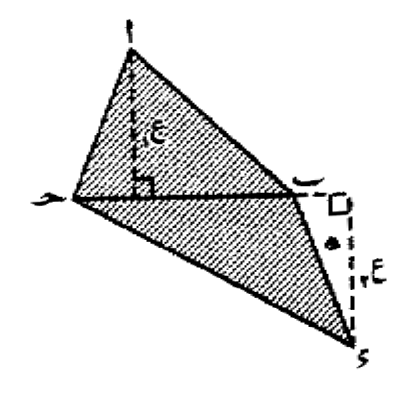
مساحة Δ ن أ ب

= مساحة Δ ن حـ ء

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع ع

، أ ب = حـ ء

(٢) المثلثان المشتركان فى قاعدة واحدة ويقعان فى جهتين مختلفتين منها ، ومتساويان فى الارتفاع يكونان متساويين فى المساحة.



ففى الشكل المقابل :

مساحة Δ أ ب حـ

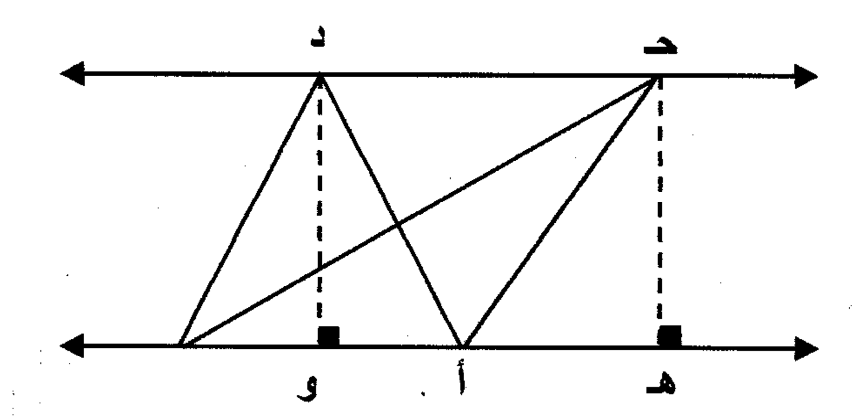
= مساحة Δ ء ب حـ

نلاحظ أن : $ع_1 = ع_2$

، $\overline{ب حـ}$ قاعدة مشتركة

نظرية :

المثلثان المرسومان علي قاعدة واحدة ورأسهما علي مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان متساويين في المساحة .



المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ د}}$ ، المثلثان أ ب حـ ، أ ب د مشتركان في $\overline{\text{أ ب}}$

المطلوب : إثبات أن مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ أ ب د

العمل : نرسم $\overline{\text{حـ هـ}}$ ، $\overline{\text{د و}}$ عموديين علي $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ و يقطعان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ في هـ ، و علي الترتيب .

البرهان : ∵ $\overline{\text{حـ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{د و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

∴ $\overline{\text{د و}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$ لأنهما عمودان علي $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

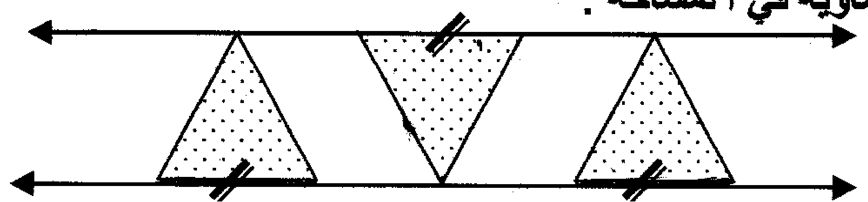
∴ حـ هـ = حـ هـ ∴ الشكل حـ هـ و د مستطيل

∴ مساحة △ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب × حـ هـ

= $\frac{١}{٢}$ أ ب × د و = مساحة △ أ ب د

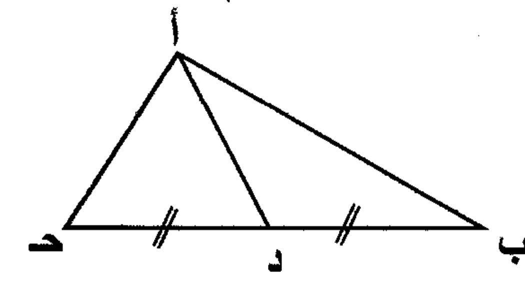
نتيجة (١) :

المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول و المحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية في المساحة .



نتيجة (٢)

متوسط المثلث يقسم سطح المثلث إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة .



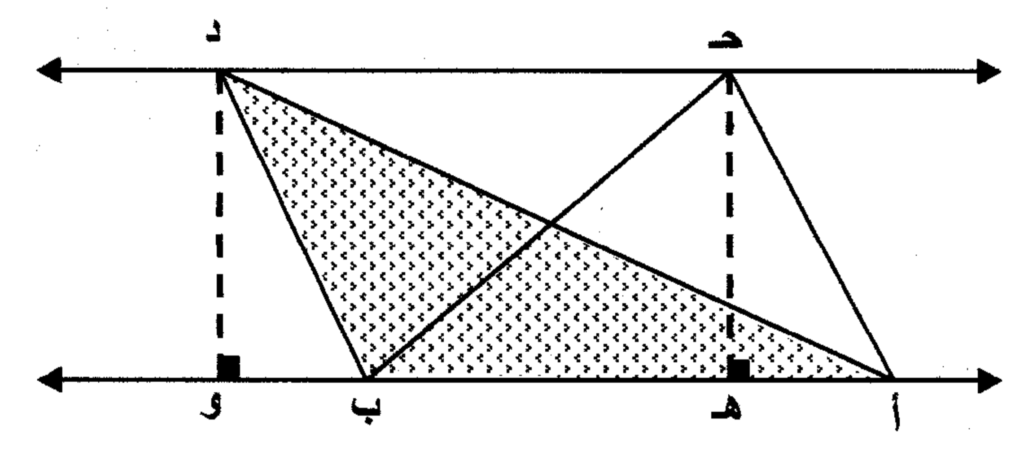
∵ $\overline{أد}$ متوسط في △ أ ب حـ

∴ م △ أ ب د = م △ أ د حـ

= ½ م △ أ ب حـ

نظرية : (عكس النظرية السابقة)

المثلثان المتساويان في مساحتيهما و المرسومان علي قاعدة واحدة و في جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما علي مستقيم يوازى هذه القاعدة .



المعطيات : مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة المثلث أ ب د ، $\overline{أب}$ قاعدة مشتركة

المطلوب : إثبات أن : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـ د}$

العمل : نرسم $\overline{حـ هـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overline{د و}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أب}$

البرهان :

∵ مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة المثلث أ ب د

∴ $\frac{1}{2}$ أ ب × حـ هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب × د و

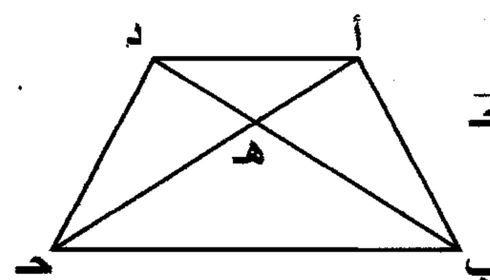
∴ حـ هـ = د و

∵ $\overline{حـ هـ}$ ، $\overline{د و}$ عمودان على المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$

∴ $\overline{حـ هـ}$ // $\overline{د و}$ ∴ الشكل حـ هـ و د مستطيل

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـ د}$

* مسائل على النظرية و عكسها :



[١] في الشكل المقابل :

أ ب حـ د شبة منحرف فيه أ د // ب حـ

، أ حـ ∩ ب د = { هـ }

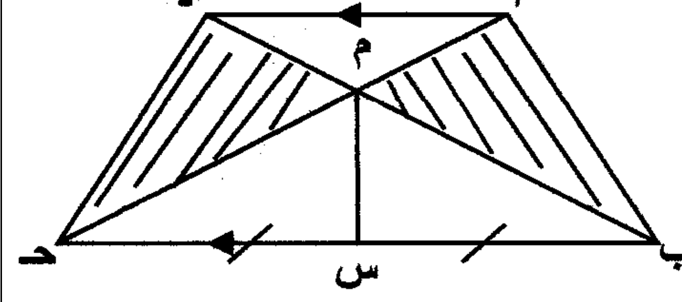
برهن أن :

مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث د حـ هـ

البرهان : ∵ أ د // ب حـ ، المثلثان أ ب حـ ، د ب حـ مرسومان على ب حـ

∴ م△ أ ب حـ = م△ د ب حـ بطرح م△ هـ ب حـ من الطرفين

∴ م△ أ هـ ب = م△ د هـ حـ



[٢] في الشكل الموضح :

أ ب // ب حـ ، س منتصف ب حـ

برهن أن :

(أ) م△ أ م ب = م△ د م حـ

(ب) م الشكل أ ب س م = م الشكل د حـ س م

البرهان : ∵ أ د // ب حـ ، △△ أ ب د ، أ حـ د مشتركان في القاعدة أ د

∴ م△ أ ب د = م△ أ حـ د ،

بطرح م△ أ م د من الطرفين نجد :

∴ م△ أ ب د ـ م△ أ م د = م△ ب م حـ ـ م△ أ م د

∴ م△ أ م ب = م△ د م حـ (١)

△ ب م حـ : ∵ س منتصف ب حـ

∴ م س متوسط في المثلث

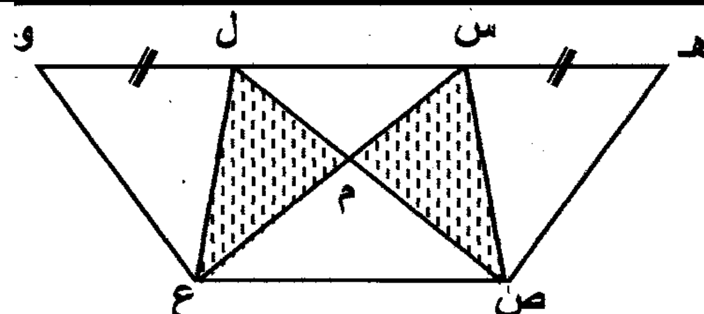
∴ م△ ب م س = م△ حـ م س (٢) ،

بجمع طرفي ١ ، ٢ نجد :

∴ م△ أ م ب + م△ ب م س = م△ حـ م د + م△ حـ م س

∴ مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د حـ س م

[٣] في الشكل المقابل :



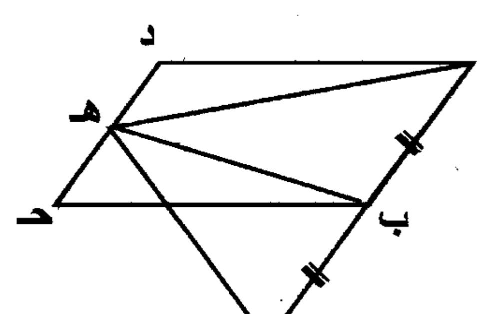
هـ و // ص ع ،
هـ س = ل و ،
س ع ∩ ص ل = { م }
أثبت أن :
(١) م △ س ص م = م △ ل م ع
(٢) مساحة الشكل م س هـ ص = مساحة الشكل ل م ع و

البرهان :

∵ هـ و // ص ع ، △△ س ص ع ، ل ص ع مرسومان علي القاعدة ص ع
∴ مساحة △ س ص ع = م △ ل ص ع
بطرح م △ م ص ع من الطرفين نجد :
∴ م △ س ص ع – م △ م ص ع = م △ ل ص ع – م △ م ص ع
∴ م △ س ص م = م △ ل م ع (أولا) ٠٠٠٠ (١)
∵ △△ هـ ص س ، و ع ل محصوران بين هـ و ، ص ع
حيث هـ س = ل و ، هـ و // ص ع
∴ م △ هـ ص س = م △ ل ع و ٠٠٠٠ (٢)
بجمع (١) ، (٢) نجد أن :
م △ س ص م + م △ هـ ص س = م △ م ل ع + م △ ل ع و
∴ مساحة الشكل م س هـ ص = مساحة الشكل ل م ع و

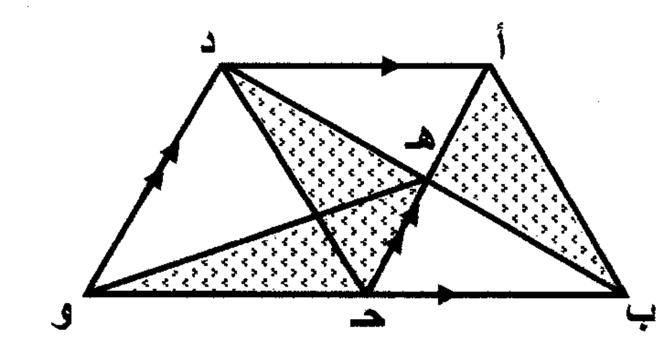
---

[٤] في الشكل الموضح :



أ ب حـ د متوازي أضلاع ، أ ب = ب و
برهن أن :
مساحة المثلث أ هـ و = م ▱ أ ب حـ د
البرهان :
∵ أ ب = ب و ∴ هـ ب متوسط في △ أ هـ و
∴ م △ أ هـ ب = $\frac{١}{٢}$ م △ أ هـ و (١)
∵ △ أ هـ ب ، أ ب حـ د متوازي أضلاع مشتركان في أ ب ، أ ب // د حـ
∴ م △ أ هـ ب = $\frac{١}{٢}$ م ▱ أ ب حـ د (٢)
من (١) ، (٢) نجد
∴ م △ أ هـ و = م ▱ أ ب حـ د

[٥] في الشكل المقابل :



أ د // ب حـ ، د و // هـ حـ

أ حـ ∩ ب د = { هـ } ،

د و ∩ ب حـ = { و }

أثبت أن : مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث هـ حـ و

ا لبرهان :

∵ هـ حـ // د و ، هـ حـ قاعدة مشتركة للمثلثين د حـ هـ ، و حـ هـ

∴ مساحة المثلث د حـ هـ = مساحة المثلث و حـ هـ (١)

∵ أ د // ب حـ ، ب حـ قاعدة مشتركة للمثلثين أ ب حـ ، د ب حـ

∴ مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة المثلث د ب حـ (٢)

بطرح مساحة المثلث ب هـ حـ من الطرفين نجد :

∴ مساحة المثلث أ ب حـ ــ مساحة المثلث ب هـ حـ

= مساحة المثلث د ب حـ ــ مساحة المثلث ب هـ حـ

∴ مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث د هـ حـ (٣)

من (١) ، (٣) نجد أن :

∴ مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث هـ حـ و

[٦] في الشكل المقابل :

أ حـ ∩ ب د = { م }

مساحة المثلث أ م ب = مساحة المثلث د م حـ

أثبت أن : أ د // ب حـ

ا لبرهان :

∵ مساحة المثلث أ م ب = مساحة المثلث حـ م د

و بإضافة مساحة المثلث ب م حـ لكل من الطرفين

∴ مساحة المثلث أ م ب + مساحة المثلث ب م حـ

= مساحة المثلث حـ م د + مساحة المثلث ب م حـ

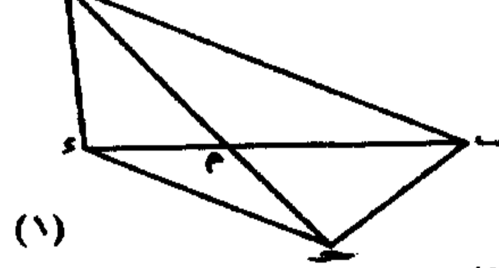
∴ مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة المثلث ب حـ د

، ∵ ب حـ قاعدة مشتركة لهما

∴ أ د // ب حـ

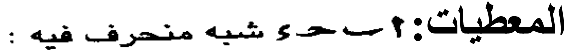
مثال٧: أ ب جـ د شكل رباعى تقاطع قطراه أ جـ ، ب د فى م فإذا كان ب م = ٢ م د
فاثبت أن : مساحة Δ أ ب جـ = ٢ مساحة Δ أ د جـ

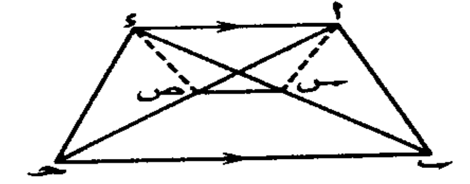
البرهان :



∵ Δ Δ أ ب م ، أ د م مشتركان فى الارتفاع
، ب م = ٢ م د
∴ مساحة Δ أ ب م = ٢ مساحة Δ أ د م (١)
، ∵ Δ Δ جـ ب م ، جـ د م مشتركان فى الارتفاع ، ب م = ٢ م د
∴ مساحة Δ جـ ب م = ٢ مساحة Δ جـ د م (٢)
من (١) ، (٢) بالجمع :
∴ مساحة Δ أ ب م + مساحة Δ جـ ب م
= ٢ مساحة Δ أ د م + ٢ مساحة Δ جـ د م
∴ مساحة Δ أ ب جـ = ٢ مساحة Δ أ د جـ

مثال٨: أثبت أن القطعة المستقيمة التى طرفاها هما نقطتا منتصفى قطرى شبه منحرف توازى كلا من قاعدتيه .

المعطيات: 
أ ب جـ د شبه منحرف فيه :



أ د // ب جـ ، س منتصف ب د
، ص منتصف أ جـ

المطلوب: إثبات أن : س ص // ب جـ // أ د

البرهان: نرسم أ س ، د ص

∵ المثلثان أ ب د ، أ جـ د مشتركان فى القاعدة أ د ، ب جـ // أ د
∴ مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ أ جـ د (نظرية)
لكن مساحة Δ أ س د = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ أ ب د
(لأن أ س متوسط فى Δ أ ب د)
، مساحة Δ أ ص د = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ أ جـ د
(لأن د ص متوسط فى Δ أ جـ د)
∴ مساحة Δ أ س د = مساحة Δ أ ص د
وهما مثلثان مشتركان فى القاعدة أ د وفى جهة واحدة منها
∴ رأساهما س ، ص يقعان على مستقيم يوازى القاعدة
∴ س ص // أ د
، ∵ أ د // ب جـ
∴ س ص // أ د // ب جـ

سؤال للتفكير

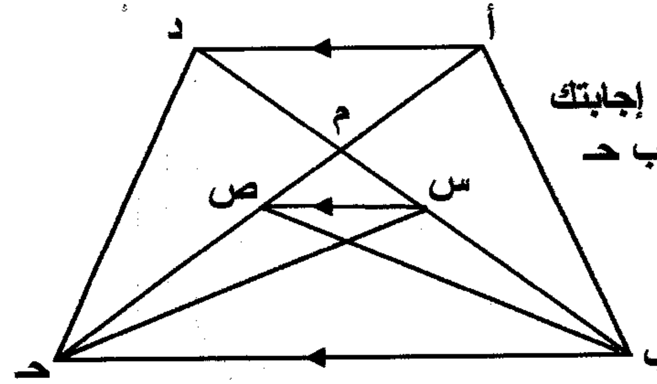
[١] في ا لشكل ا لمقابل :

أ ب حـ مثلث فيه د هـ // ب حـ

أثبت أ ن :

مساحة ا لمثلث أ ب هـ = مساحة ا لمثلث أ د حـ

[٢] في ا لشكل ا لمقابل :



أ كـــــمل ا لبرهان ا لتالي في ورقة إجابتك

∵ أ د // ب حـ ، △أ ب حـ ، △د ب حـ

مشتركان في ب حـ

∴ م△أ ب حـ = م△ ....

∵ حـ س متوسط في △ب حـ د

∴ مساحة △ ب س حـ = ... مساحة △ ب د حـ

∵ ب ص متوسط في △ أ ب حـ

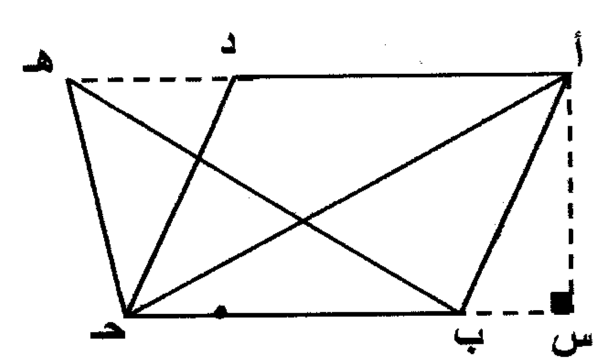
∴ مساحة△ .... = $\frac{١}{٢}$ مساحة △ أ ب حـ

مما سبق نجد :

مساحة△ .... = مساحة △ ب ص حـ ، هما مرسومان علي قاعدة واحدة

و هي .... و في جهة واحدة منها ∴ ب حـ // ....

[٣] في ا لشكل ا لمقابل :



أ ب حـ د متوازي أضلاع فيه

أ س = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

أوجد :

(١) مساحة ا لمثلث أ ب حـ

(٢) مساحة متوازي الأضلاع

أثبت أ ن :

مساحة ا لمثلث أ ب حـ = مساحة ا لمثلث هـ ب حـ

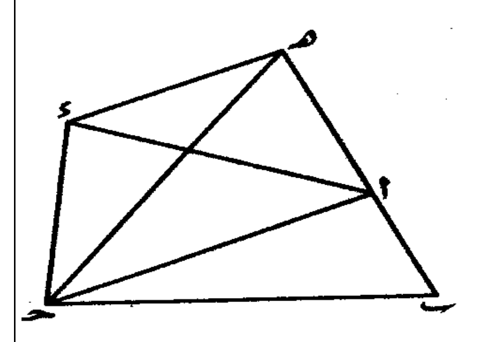
[٤] في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة $\triangle$ هـ ب حـ

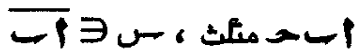
= مساحة الشكل أ ب حـ ء .

أثبت أن :

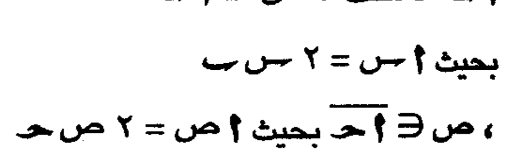
$\overline{هـ ء} \parallel \overline{أ حـ}$



[٥] في الشكل الموضح :



أ ب حـ مثلث ، س $\in \overline{أ ب}$



بحيث أ س = ٢ س ب

، ص $\in \overline{أ حـ}$ بحيث أ ص = ٢ ص حـ

أثبت أن : $\overline{س ص} \parallel \overline{ب حـ}$



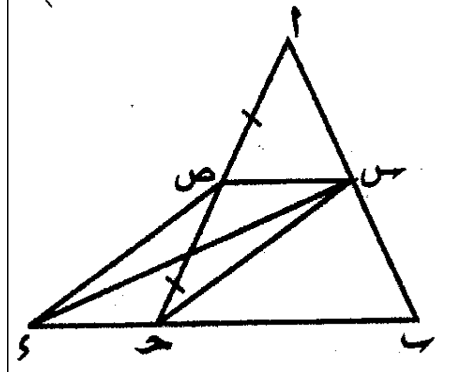
[٦] في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ص منتصف $\overline{أ حـ}$

، س $\in \overline{أ ب}$ ، ء $\in \overleftrightarrow{ب حـ}$

بحيث مساحة المثلث أ س ص = مساحة المثلث س ص ء

أثبت أن : $\overline{س ص} \parallel \overline{ب حـ}$



[٧] في الشكل المقابل :

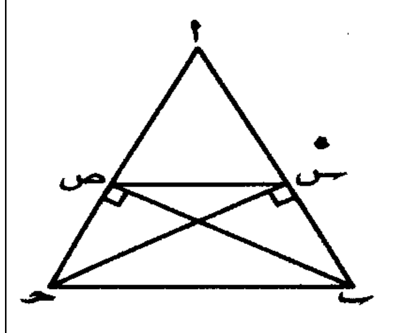


إذا كان : أ ب = أ حـ

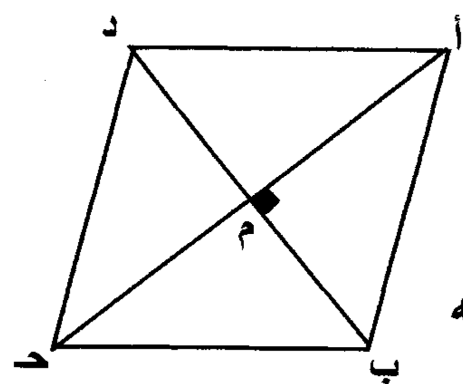
، $\overline{حـ س} \perp \overline{أ ب}$

، $\overline{ب ص} \perp \overline{أ حـ}$

أثبت أن : $\overline{س ص} \parallel \overline{ب حـ}$







(٣) مساحة المعين :

تعريف : المعين هو متوازي أضلاع أضلاعه متساوية في الطول .

مساحة المعين = طول ضلعه × الارتفاع

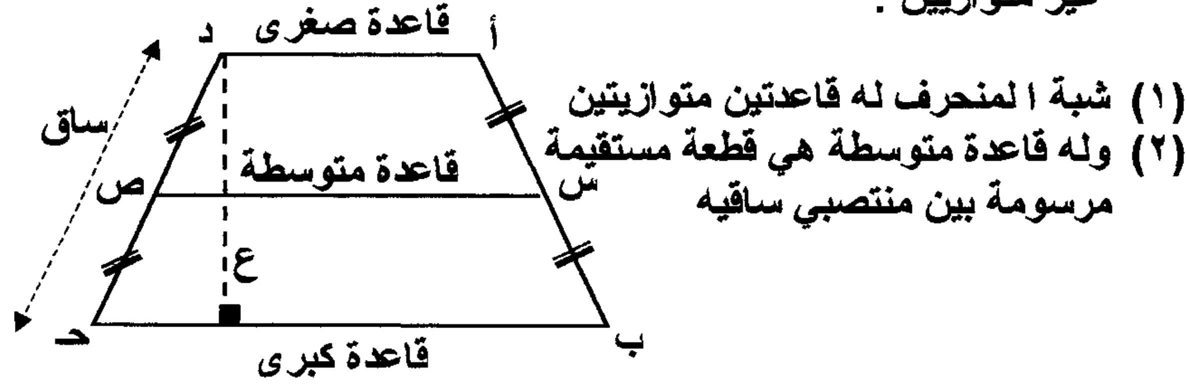
= $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولي قطريه

حالة خاصة : المربع حالة خاصة من المعين وقطري المربع متساويان في الطول

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = طول الضلع × نفسه

(٣) مساحة شبة المنحرف :

تعريف : هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان و الضلعين الآخرين غير متوازيين .



(١) شبة المنحرف له قاعدتين متوازيتين

(٢) وله قاعدة متوسطة هي قطعة مستقيمة مرسومة بين منتصبي ساقيه

حالة خاصة :

شبة المنحرف المتساوي الساقين فيه زاويتا القاعدتين متساويتان في القياس و قطراه متساويان في الطول .

(١) طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين

(٢) مساحة الشبة منحرف= $\frac{١}{٢}$ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين× الارتفاع

= طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

مســـــائل علي مساحتا المعين و المربع و الشبة منحرف :

(١) معين طولا قطراه ١٢ سم ، ١٦ سم و طول ضلعه ١٠سم أوجد طول ارتفاعه

الحل : مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٦ = ٩٦ سم^{٢}

مساحة المعين = طول ضلعه × الارتفاع

٩٦ = ١٠ × ع ∴ ع = ٩,٦ سم

(٢) مربع مساحته ٧٢ سم^{٢} أوجد طول قطره

الحل : نفرض طول القطر = س

∵ مساحة سطح المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ س^{٢}

∴ ٧٢ = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} ∴ س^{٢} = ١٤٤

∴ س = ١٢ ∴ طول القطر = ١٢ سم

(٣) شبة منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم ، طول ارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحة سطحه .

الحل : مساحة سطح شبة المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) × ع

= $\frac{١}{٢}$ (٦ + ٨) × ١٢

= $\frac{١}{٢}$ × ١٤ × ١٢ = ٨٤ سم^{٢}

(٤) شبة المنحرف مساحة سطحه ١٢٨ سم^{٢} ، طول قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم أوجد طول ارتفاعه .

الحل : مساحة الشبة منحرف = $\frac{١}{٢}$ (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) × ع

١٢٨ = $\frac{١}{٢}$ × (٧ + ٩) × ع

١٢٨ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ع ∴ ع = ١٦ سم

(٥) شبة منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم و النسبة بين طولي قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٣ أوجد طول منهما و إذا كان ارتفاعه ٢٤ سم أوجد مساحته

لحل : نفرض طولي القاعدتين ٢ س ، ٣ س

طول قاعدته المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين

٣٠ = $\frac{١}{٢}$ (٢ س + ٣ س)

٣٠ = $\frac{١}{٢}$ × ٥ س ∴ س = ١٢

∴ طولي القاعدتين هما ٢٤ ، ٣٦ سم

مساحة الشبة منحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ٣٠ × ٢٤ = ٧٢٠ سم^{٢}

سؤال للتفكير

أكـــــــمل العــــــبارات الآتية لتكون صحيحة :

(١) قطر المعين يقسمه إلي ‥‥‥ متساويين في ‥‥‥
(٢) مربع محيطه ١٢ س سم فإن طول ضلعه ‥‥ سم
(٣) معين محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم فإن مساحته ‥‥‥ سم^{٢}
(٤) مساحة المربع الذى طول ضلعه ٦ سم تساوى ‥‥‥ سم^{٢}
(٥) مربع مساحته ٣٢ سم^{٢} فإن طول قطره ‥‥‥ سم
(٦) شبة منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٢ سم ، ١٨ سم وارتفاعه ١٤ سم فإن مساحته ‥‥‥ سم^{٢}
(٧) معين محيطه ١٠٠ سم و مساحته ١٢٥ سم^{٢} فإن ارتفاعه ‥‥ سم
(٨) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين ‥‥‥‥
(٩) معين مساحته ٢٤ سم^{٢} و طول أحد قطريه ٦ سم فإن طول القطر الآخر ‥‥

الايميل / elmnfalty26@yahoo.com تليفون / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة

(جـ) مختلفين فى المساحة. (د) قائمين.

(٢) قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين يكونان ....

(أ) مختلفين فى الطول. (ب) متعامدين.

(جـ) متطابقين. (د) ينصف كلاً منهما الآخر.

(٣) فى شبه المنحرف طول القاعدة المتوسطة .... مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين.

(أ) ضعف (ب) نصف (جـ) يساوى (د) أكبر من

(٤) إذا كان : مربع طول قطره = ١٠ سم فإن : مساحته = ...

(أ) ٢٠ سم^2 (ب) ٥٠ سم^2 (جـ) ١٠ سم^2 (د) ١٠٠ سم^2

(٥) مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٠ سم هى ....

(أ) ١٤٠ سم^2 (ب) ٧٠ سم^2 (جـ) ٢٨ سم^2 (د) ٢٤ سم^2

(٦) إذا كان : طولا القاعدتين المتوازيتين لشبه منحرف ١٤ سم ، ١٠ سم ومساحته ١٢٠ سم^2 فإن : ارتفاعه = ...

(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ٢٠ سم (د) ٢,٥ سم

(٧) إذا كان : مربع مساحته ٧٢ سم^2 فإن : طول قطره = ...

(أ) ٢٤ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٦ سم (د) ٣ سم

(٨) مستطيل طول قطره ٢٥ سم وأحد بعديه ٢٤ سم فإن : محيطه = ...

(أ) ٤٩ سم (ب) ٩٨ سم (جـ) ٦٢ سم (د) ٣١ سم

(٩) إذا كان : أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٠ سم وأصغر ارتفاع له ٤ سم فإن : مساحته = ...

(أ) ٨٠ سم^2 (ب) ٣٢ سم^2 (جـ) ٤٠ سم^2 (د) ٢٠ سم^2

(١٠) إذا كان : أ ب جـ د معين تقاطع قطراه فى م فإذا كان : أ م = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم فإن : مساحته = ...

(أ) ٤٨ سم^2 (ب) ٢٤ سم^2 (جـ) ١٢ سم^2 (د) ١٤٤ سم^2

(١١) مساحة المربع الذى طول ضلعه ١٥ سم .... مساحة المربع الذى طول قطره ٢٠ سم

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (جـ) يساوى (د) ضعف

(١٢) مثلث ارتفاعه ٦ سم ومساحته ٢٤ سم^2 فإن : طول قاعدته = ...

(أ) ١٢ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٤ سم (د) ١٥ سم

(١٣) المربع الذى محيطه ٤ سم تكون مساحته تساوى ....

(أ) ١٦ سم^2 (ب) ٤ سم^2 (جـ) ١ سم^2 (د) ٨ سم^2

(١٤) شبه منحرف مساحته ٧٢ سم^2 وطول قاعدته المتوسطة ٩ سم ، فإن ارتفاعه = ...

(أ) ٨ سم (ب) ١٨ سم (جـ) ٩ سم (د) ١٠ سم

(١٥) مستطيل مساحته ٣٦ سم^2 ونسبة عرضه إلى طوله ١ : ٤ فإن محيطه يساوى ....

(أ) ٢٠ سم (ب) ٢٤ سم (جـ) ٣٠ سم (د) ٤٠ سم

(١٦) معين محيطه ١٦ سم ومساحته ١٢ سم^2 فإن ارتفاعه يساوى ....

(أ) ٣ سم (ب) ٦ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٢ سم

(١٧) معين حاصل ضرب طولا قطريه ٩٦ سم^2 وارتفاعه ٦ سم فإن طول ضلعه ....

(أ) ١٢ سم (ب) ٦ سم (جـ) ٨ سم (د) ٤ سم

(١٨) شبه المنحرف الذى مساحته ٧٢ سم^2 وارتفاعه ٩ سم فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى ....

(أ) ٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ١٦ سم (د) ٦ سم

(١٩) إذا كانت مساحة مربع تساوى مساحة مستطيل بعداه ١٦ سم ، ٩ سم فإن طول ضلعه يساوى ....

(أ) ١٢ سم (ب) ٦ سم (جـ) ٨ سم (د) ٣ سم

(٢٠) معين طولا قطريه ١٥ سم ، ٢٠ سم فإن طول ضلعه = ...

(أ) ١٢ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ٢٥ سم (د) ١٢,٥ سم

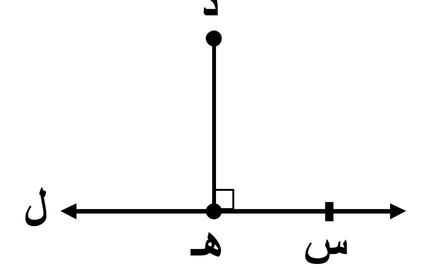
(٢١) مستطيل بعداه ١٢ سم ، ١٦ سم فيكون طول قطره يساوى ....

(أ) ١٥ سم (ب) ١٨ سم (جـ) ٢٠ سم (د) ٢٨ سم

المســــــــــاقط وعكس نظرية فيثاغورس

أولا : المســاقط :

(١) مسقط نقطة علي مستقيم :

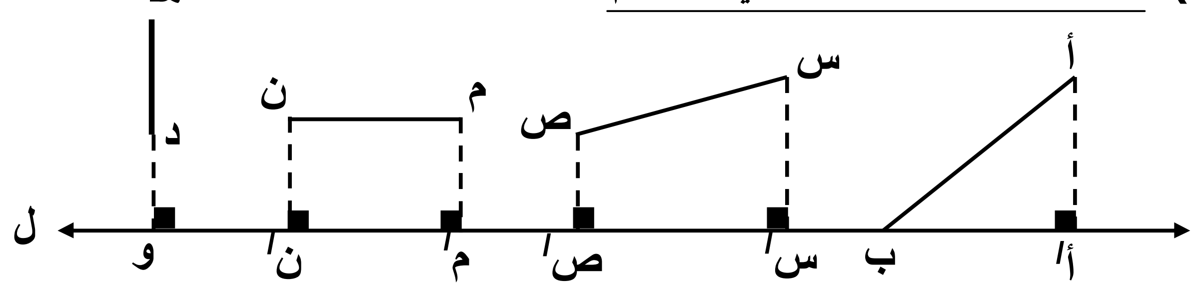


تعريف : مسقط نقطة ما علي مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة علي المستقيم

- مسقط النقطة د علي المستقيم ل هو نقطة هـ

ملاحظة : إذا كانت النقطة تقع علي المستقيم ل فإن مسقطها هو نفس النقطة
مثلا : مسقط هـ علي ل هو هـ ، مسقط س علي ل هو س نفسها

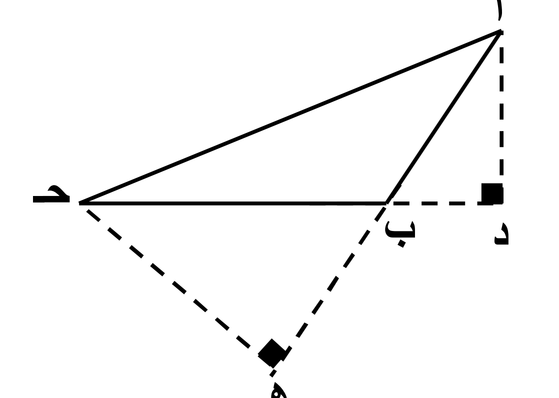
(٢) مسقط قطعة مستقيمة علي مستقيم :



مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ علي ل هو $\overline{\text{أ/ ب}}$ ، مسقط $\overline{\text{س ص}}$ علي ل هو $\overline{\text{س/ ص/}}$

مسقط $\overline{\text{م ن}}$ علي ل هو $\overline{\text{م/ ن/}}$ ، مسقط $\overline{\text{هـ د}}$ علي ل هو نقطة { و}

ملاحظة : طول مسقط قطعة مستقيمة علي مستقيم أقل من أو يساوى طول ا لقطعة الأصلية أو يساوى صفر



مثال : أ ب حـ مثلث منفرج الزاوية ب

(١) أوجد مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ علي $\overline{\text{ب حـ}}$

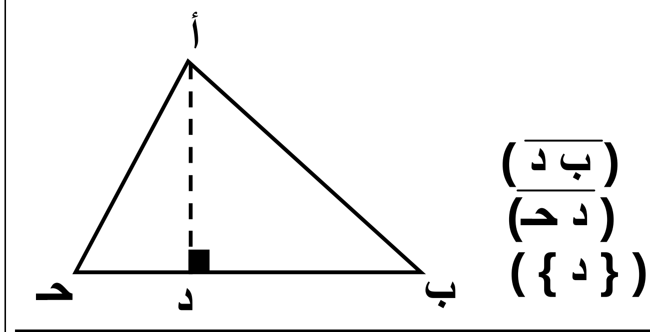
(٢) أوجد مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ علي $\overline{\text{أ ب}}$

(٣) أوجد مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ علي $\overline{\text{ب حـ}}$

الحل :

(١) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ علي $\overline{\text{ب حـ}}$ هو $\overline{\text{ب د}}$

(٢) مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ علي $\overline{\text{أ ب}}$ هو $\overline{\text{ب هـ}}$ (٣) مسقط أ حـ علي ب حـ هو حـ د



مثال : أ ب حـ مثلث حاد الزوايا أوجد :

(١) مسقط أ ب علي ب حـ (ب د)
(٢) مسقط أ حـ علي ب حـ (د حـ)
(٣) مسقط أ د علي ب حـ ({ د })

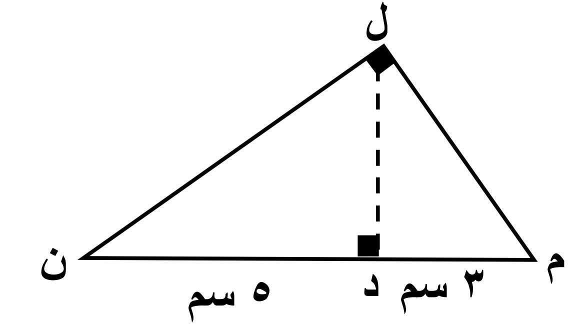
سؤال للتفكير

[١] أ كمـل ما يأتى :

(١) مسقط نقطة ما علي مستقيم هو ٠٠٠٠٠
(٢) طول مسقط قطعة مستقيمة علي مستقيم تكون ٠٠٠٠
أو تساوى طول ا لقطعة الأصلية



[٢] في ا لشكل ا لمقابل :



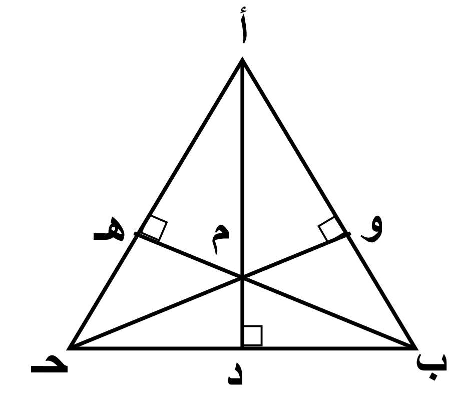
ل م ن مثلث قائم الزاوية في ل

ل د ⊥ م ن ، م د = ٣ سم ،
د ن = ٥ سم

أ كمـــــل ما يأتي :

(١) مسقط ل م علي م ن هو ٠٠٠٠٠
(٢) طول مسقط ل ن علي م ن = ٠٠٠٠
(٣) طول مسقط ل د علي م ن = ٠٠٠٠
(٤) ٠٠٠٠ مسقط ل م علي ل ن
(٥) ل ن هو مسقط م ن علي ٠٠٠٠

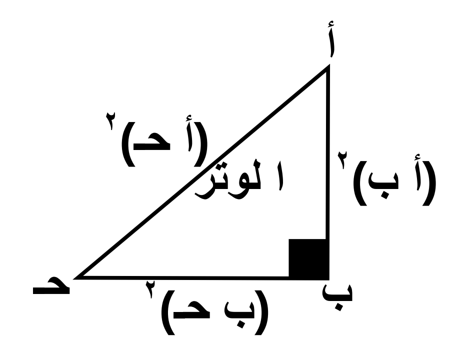
[٣] في الشكل المبين : أكمـــل :



(١) مسقط أ ب علي ب حـ هو ٠٠٠٠
(٢) مسقط أ ب علي أ حـ هو ٠٠٠٠
(٣) مسقط أ م علي ب حـ هو ٠٠٠٠
(٤) مسقط أ ب علي أ د هو ٠٠٠٠٠

نظـــــــــرية فيثاغورث

مساحة ا لمربع ا لمنشأ علي ا لوتر في ا لمثلث ا لقائم ا لزاوية يساوى مجموع مساحتي ا لمربعين ا لمنشأين علي ضلعي ا لقائمة . (بدون برهان)



A أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

\ (أ حـ)٢ = (أ ب)٢ + (ب حـ)٢

و منها (أ ب)٢ = (أ حـ)٢ – (ب حـ)٢

(ب حـ)٢ = (أ حـ)٢ – (أ ب)٢

مثال : أ ب حـ مثلث فيه ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠ ° ، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم أ وجد طول أ حـ .

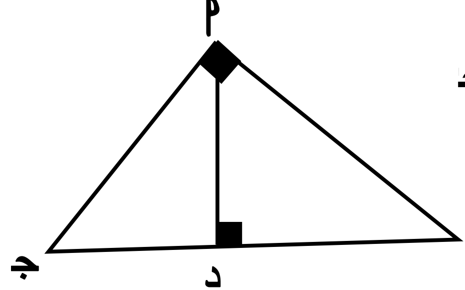
ا لحل :

A ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠ ° \ (أ حـ)٢ = (أ ب)٢ + (ب حـ)٢

\ (أ حـ)٢ = (٣)٢ + (٤)٢ = ٩ + ١٦ = ٢٥ \ أ حـ = ٥ سم

نظـــرية إقليدس

مساحة المربع المنشأ علي أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية يساوي مساحة المستطيل الذي بعداه طول مسقط هذا الضلع علي وترالمثلث وطول الوتر

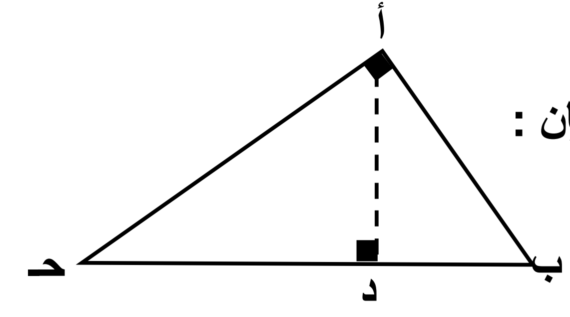


A ق [∠ ب م جـ] = ٩٠ ° ، م د M ب جـ

B (م ب)٢ = ب د × ب جـ

B (م جـ)٢ = جـ د × جـ ب

نتائج فيثاغورس وإقليدس :



ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠ ، أ د ⊥ ب حـ فإن :

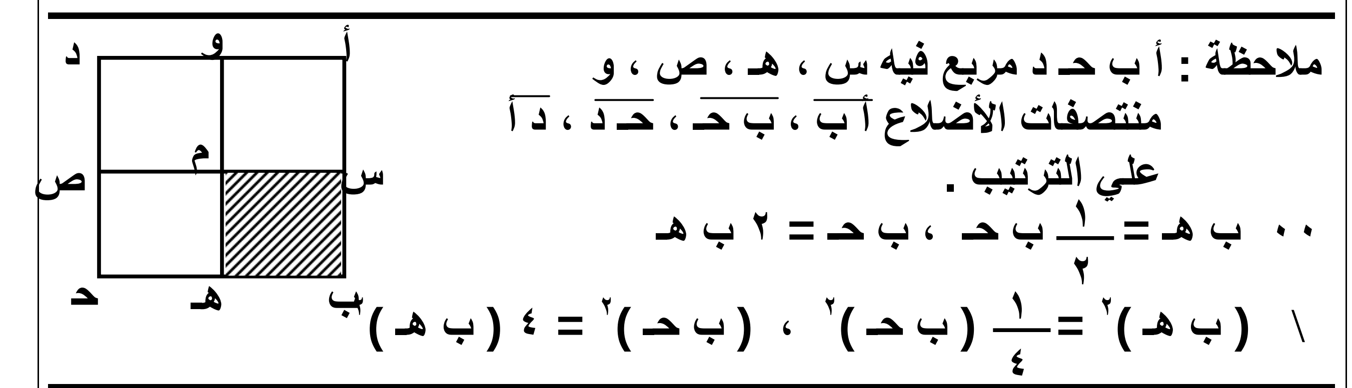
[١] (أ ب)٢ = ب د × ب حـ

[٢] (أ حـ)٢ = حـ د × حـ ب

[٣] (أ د)^{٢} = د ب × د حـ

[٤] أ د = $\frac{\text{أ ب × أ حـ}}{\text{ب حـ}}$

[٥] (ب حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢}


ملاحظة : أ ب حـ د مربع فيه س ، هـ ، ص ، و منتصفات الأضلاع $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ د}}$ ، $\overline{\text{د أ}}$ علي الترتيب .

∵ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ ، ب حـ = ٢ ب هـ

∴ (ب هـ)^{٢} = $\frac{١}{٤}$ (ب حـ)^{٢} ، (ب حـ)^{٢} = ٤ (ب هـ)^{٢}

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين علي ضلعين في مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ علي الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة .

في ا لمثلث أ ب حـ :

إذا كان (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠ $^{\circ}$

ملاحظات :

(١) يمكن صياغة هذه ا لنظرية بطريقة أخرى :

إذا كان مربع طول ضلع في مثلث يساوى مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة .

(٢) لإثبات أ ن المثلث قائم الزاوية نتبع مايأتى :

(أ) نوجد مربع أكبر الأضلاع طولا

(ب) نوجد مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين

فإذا كان : مربع أكبر الأضلاع طولا = مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لأكبر الأضلاع طولا قائمة و يكون المثلث قائم الزاوية .

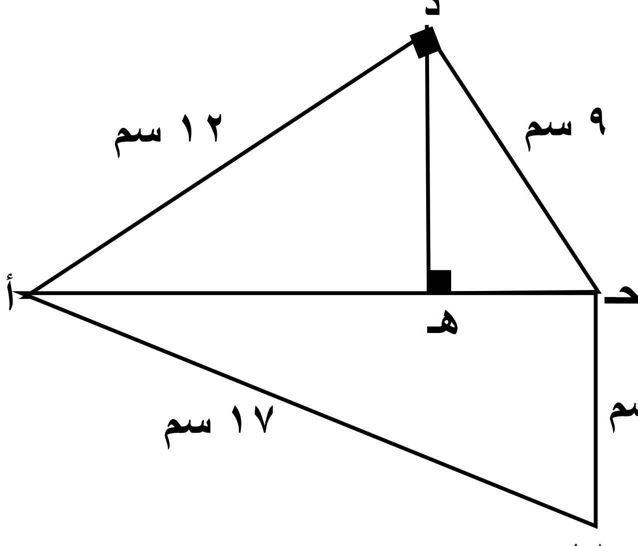
إذا كان (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

فإن ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠ $^{\circ}$ ، كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب

** مسائل علي نظرية فيثاغورث وإقليدس :

[١] في ا لشكل ا لمقابل :
ق(∠ أ حـ د) = ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠
أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ د = ١٣ سم
أوجد طول حـ د

ا لحل :
في ∆ أ ب حـ : ∵ ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠
∴ (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}
= (٤)^{٢} + (٣)^{٢}
= ١٦ + ٩ = ٢٥
∴ أ حـ = ٥ سم
في ∆ أ حـ د : ∵ ق(∠أ حـ ب) = ٩٠
∴ (حـ د)^{٢} = (أ د)^{٢} ــ (أ حـ)^{٢}
= (١٣)^{٢} ــ (٥)^{٢}
= ١٦٩ ـ ٢٥ = ١٤٤
∴ حـ د = ١٢ سم



[٢] في ا لشكل ا لمقابل :
ق(∠ أ د حـ) = ٩٠ ،
د هـ ⊥ أ حـ
(أ) أثبت أن ق(∠ أ حـ ب) = ٩٠
(ت) أوجد طول مسقط أ د علي أ حـ

ا لحل : ∆ أ حـ د :
∵ ق(∠ أ د حـ) = ٩٠
∴ (أ حـ)^{٢} = (أ د)^{٢} + (د حـ)^{٢}
= (١٢)^{٢} + (٩)^{٢}
= ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥ ∴ أ حـ = ١٥ سم

∆ أ حـ ب : ∵ أ حـ = ١٥ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ ب = ١٧ سم

A (أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢ = (١٥)^٢ + (٨)^٢ = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩

، (أ ب)^٢ = (١٧)^٢ = ٢٨٩ \ (أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢

\ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠ (أولا)

Δ أ حـ د : ق(∠ أ د ب) = ٩٠ ، د هـ ⊥ أ حـ

\ (أ د)^٢ = أ هـ × أ حـ \ ١٤٤ = أ هـ × ١٥ \ أ هـ = ٩.٦ سم

\ طول مسقط أ د علي أ حـ = أ هـ = ٩.٦ سم

---

[٣] في ا لشكل ا لمقابل :

أ ب حـ مثلث رسم أ د ⊥ ب حـ

أوجد طول كل من أ ب ، حـ د

ثم أثبت أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠

ا لحل : **Δ أ د ب** : A أ د ⊥ ب حـ

\ (أ ب)^٢ = (أ د)^٢ + (د ب)^٢

= (١٢)^٢ + (٩)^٢

= ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥ B أ ب = ١٥ سم

Δ أ حـ د : A أ د ⊥ حـ ب

\ (حـ د)^٢ = (أ حـ)^٢ ـ (أ د)^٢

= (٢٠)^٢ ــ (١٢)^٢

= ٤٠٠ ـ ١٤٤ = ٢٥٦

\ حـ د = ١٦ سم

Δ أ ب حـ : أ ب = ١٥ سم ، أ حـ = ٢٠ سم ، حـ ب = ٢٥ سم

A (أ حـ)^٢ + (أ ب)^٢ = ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥

، (ب حـ)^٢ = (٢٥)^٢ = ٦٢٥

\ (ب حـ)^٢ = (أ حـ)^٢ + (أ ب)^٢

\ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠

[٤] في ا لشكل ا لمقابل :

أ ب حـ مثلث فيه ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠

، أ د ⊥ ب حـ

أ وجد طول ب حـ ، ب د ، أ د

الحل :

A ق(∠ب أ حـ) = ٩٠ ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب حـ}$

B (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = (٩)^٢ + (١٢)^٢

= ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

B ب حـ = ١٥ سم

A ق[∠ ب أ جـ] = ٩٠° ، أ د M ب جـ

B (أ ب)^٢ = ب د × ب جـ

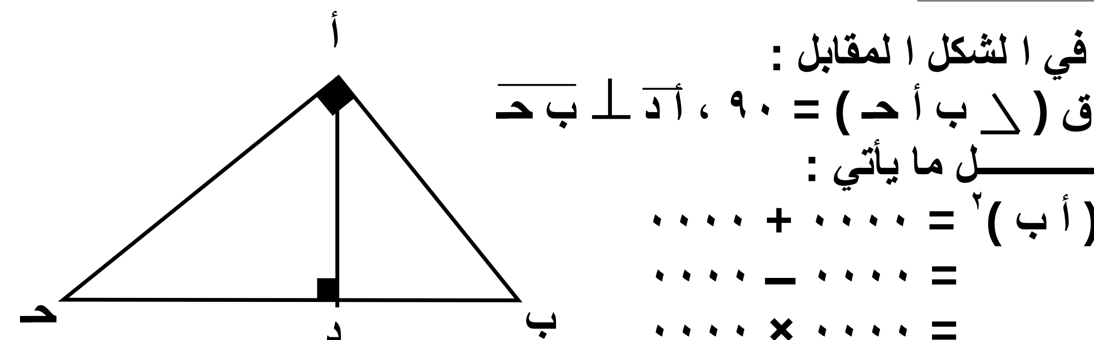
B (٩)^٢ = ب د × ١٥ B ب د = $\frac{٨١}{١٥}$ = ٥.٤ سم

A ب حـ = ١٥ سم B د حـ = ١٥ ـ ٥.٤ = ٩.٨ سم

B [أ د]^٢ = د ب × د حـ = ٥.٤ × ٩.٨ = ٥١.٨٤

B أ د = $\sqrt{٥١.٨٤}$ = ٧.٢ سم

سؤال للتفكير



[١] في الشكل المقابل :

ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠ ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب حـ}$

أكمـــــــــل ما يأتي :

(١) (أ ب)^٢ = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

= ٠٠٠٠ ـ ٠٠٠٠

= ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠

(٢) (أ د)^٢ = ٠٠٠٠ × ٠٠٠٠ (٣) أ ب × ٠٠٠٠ = أ د × ٠٠٠٠

(٤) مسقط أ ب علي ب حـ هو ٠٠٠٠ (٥) مسقط أ د علي ب حـ هو ٠٠٠٠

(٦) مسقط أ ب علي أ حـ هو ٠٠٠٠

[٢] أكمـــــــــل ما يأتي :

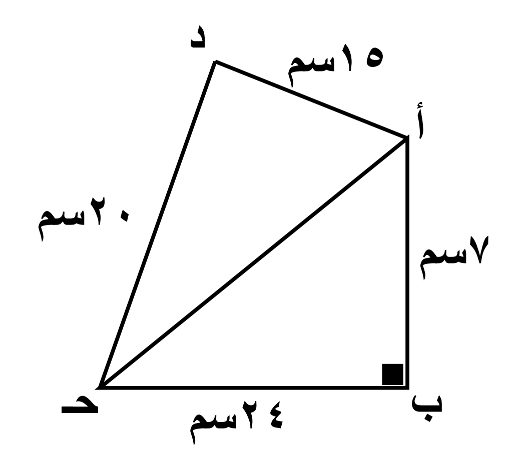
(١) في المثلث س ص ع إذا كان (س ص)^٢ ـ (ص ع)^٢ = (ع س)^٢

فإن ق(∠ ٠٠٠٠٠٠) = ٩٠

(٢) المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب فإذا كان أ ب = ٣سم ، ب حـ = ٤سم
فإن أ حـ = ٠٠٠٠ سم

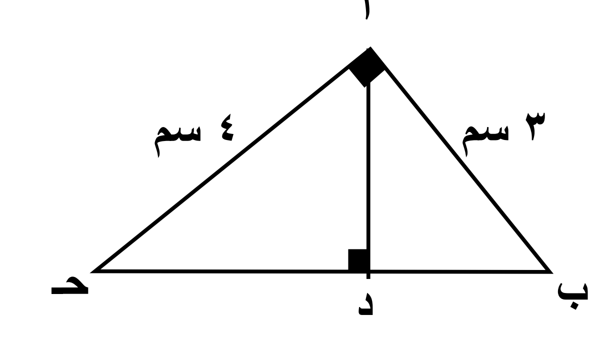
(٣) في المثلث أ ب حـ إذا كان (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} فإن : ق(∠ أ)= ٠٠٠

[٣] في الشكل المقابل :
أ ب حـ د شكل رباعي فيه
أ ب = ٧ سم ، أ د = ١٥ سم
، ب حـ = ٢٤ سم ، د حـ = ٢٠ سم
أوجد طول $\overline{\text{أ حـ}}$ ثم أثبت أن :
ق(∠ أ د حـ) = ٩٠



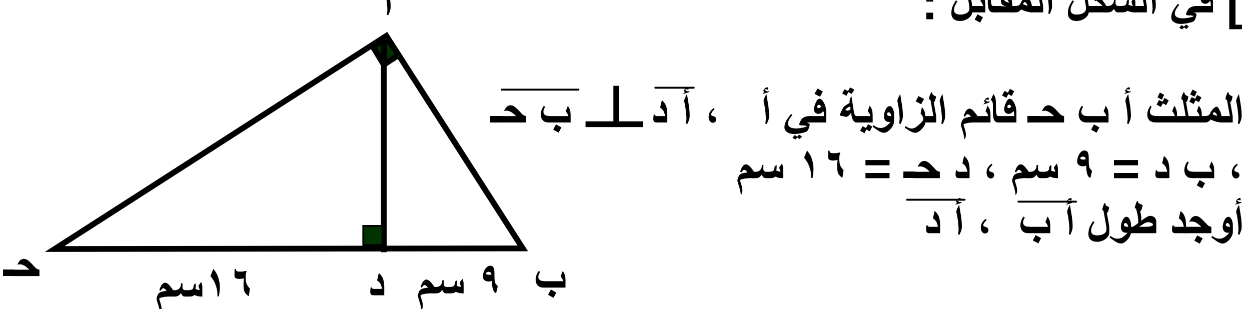
[٤] في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠
، $\overline{\text{أ د}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$
أ وجد طول $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$



[٥] في الشكل المقابل :

المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ د}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$
، ب د = ٩ سم ، د حـ = ١٦ سم
أوجد طول $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$



[٦] في الشكل المقابل :

ق(ب̂) = ٩٠ ° ، ق(أ حـ̂ ب) = ٣٠ °

د هـ ⊥ أ حـ ، أ ب = ١٠ سم ، أ د = ١٢ سم

، د حـ = ١٦ سم

(١) أوجد طول أ حـ

(٢) أثبت أن : ق(أ د̂ حـ) = ٩٠ °

(٣) أذكر مسقط أ د على أ حـ



[٧] في الشكل المقابل :

أ ب حـ د شكل رباعي فيه

أ ب = ٢٠ سم ، ب حـ = ١٥ سم

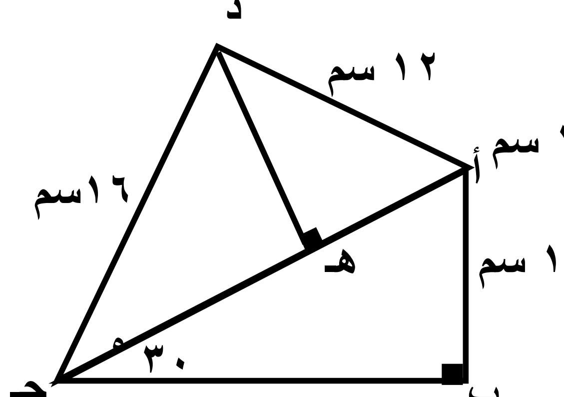
حـ د = ٢٤ سم ، أ د = ٧ سم

ب س ⊥ أ حـ ، ق(ب̂) = ٩٠ °

(١) أوجد طول كلا من أ حـ ، حـ س

(٢) أذكر مسقط كلا من : أ ب ، ب س على أ حـ

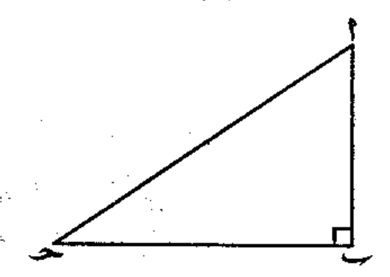
(٣) برهن أن : ق(أ د̂ حـ) = ٩٠ °



التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

تنقسم المثلثات بالنسبة لزواياها إلى ثلاثة أنواع هى :

(١) المثلث القائم الزاوية :



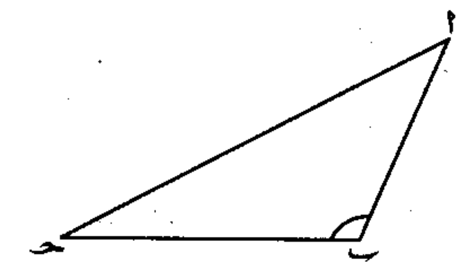
إذا كان $\overline{\text{أحـ}}$ أكبر أضلاع المثلث أ ب حـ طولاً

وكان : $(\text{أحـ})^2 = (\text{أب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

، أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

(٢) المثلث المنفرج الزاوية :



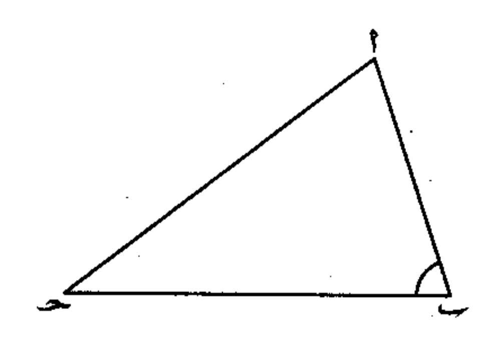
إذا كان $\overline{\text{أحـ}}$ أكبر أضلاع المثلث أ ب حـ طولاً

وكان : $(\text{أحـ})^2 > (\text{أب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ق (∠ أ ب حـ) > ٩٠°

، أ ب حـ مثلث منفرج الزاوية فى ب

(٣) المثلث الحاد الزوايا :



إذا كان $\overline{\text{أحـ}}$ أكبر أضلاع المثلث أ ب حـ طولاً

وكان : $(\text{أحـ})^2 < (\text{أب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ق (∠ أ ب حـ) < ٩٠°

، أ ب حـ مثلث حاد الزوايا.

وعموماً لبحث نوع المثلث بالنسبة لزواياه نتبع الآتى :

أولاً : نوجد مربع طول كل ضلع من أضلاعه.

ثانياً : نقارن بين مربع طول أكبر الأضلاع طولاً ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.

ثالثًا : نحدد نوع المثلث تبعًا لما سبق شرحه.

مثال ١

فى كل مما يأتى حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

(١) أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٧ سم

(٢) أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، أ حـ = ١٢ سم

(٣) أ ب = ١١ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ٩ سم

الحل

(١) ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ (أ حـ)^{٢} = (٧)^{٢} = ٤٩

، (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (٤)^{٢} + (٥)^{٢} = ١٦ + ٢٥ = ٤١

∴ (أ حـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

(٢) ∵ $\overline{\text{ب حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ (ب حـ)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩

، (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (ب حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢}

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

(٣) ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ (أ ب)^{٢} = (١١)^{٢} = ١٢١

، (ب حـ)^{٢} + (أ حـ)^{٢} = (٨)^{٢} + (٩)^{٢} = ٦٤ + ٨١ = ١٤٥

∴ (أ ب)^{٢} < (ب حـ)^{٢} + (أ حـ)^{٢}

∴ Δ أ ب حـ حاد الزوايا.

مع تمنياتى لكم بالنجاح الباهر

ملاحظات

(١) لتحديد نوع زاوية فى مثلث نقوم بنفس الخطوات السابق شرحها مع ملاحظة أن المقارنة تكون بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.

(٢) أكبر زوايا المثلث قياساً تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً.

(٣) فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل.



فى كل مما يأتى حدد نوع ∠ أ فى Δ أ ب حـ إذا كان :

(١) أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٨ سم

(٢) أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ٩ سم

(٣) أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٢٠ سم ، أ حـ = ١٥ سم

الحـــل

متباينة المثلث

طول أى ضلع فى مثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأصغر من مجموع طولى هذين الضلعين.

ففى أى مثلث أ ب حـ يكون :

أ حـ − أ ب < ب حـ < أ حـ + أ ب

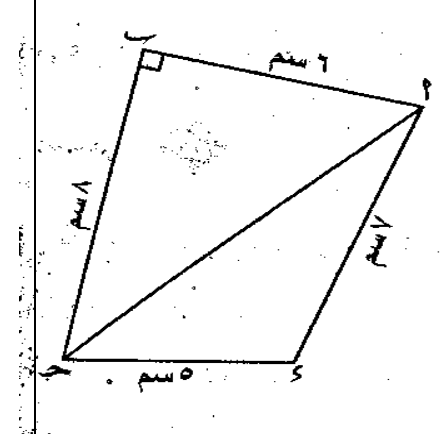
* وعند استخدام هذه المتباينة يكتفى بمقارنة طول **أحد** الأضلاع بطولى الضلعين الآخرين.

، $(أب)^2 + (أحـ)^2 = (١٢)^2 + (٩)^2 = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥$

∴ $(بحـ)^2 = (أب)^2 + (أحـ)^2$

∴ ق(∠ أ) = ٩٠° ∴ ∠ أ قائمة.

سؤا ل للتفكير



[١] فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه :

ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم

، ب جـ = ٨ سم ، أ ء = ٧ سم

، ء جـ = ٥ سم

حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث أ جـ ء

[٢] اختر الإجابة ا لصحيحة من بين الإجابات ا لمعطاة :

(١) إذا كان : أ ب جـ مثلث منفرج الزاوية فى ب ، أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

فإن : طول $\overline{\text{أ جـ}}$ يمكن أن يكون ....

(أ) ٩ سم (ب) ١٠ سم (جـ) ١٤ سم (د) ١١ سم

(٢) إذا كان : Δ س ص ع قائم الزاوية فى س

فإن : (ص ع)^2 .... (س ص)^2 + (س ع)^2

(أ) $<$ (ب) $\leq$ (جـ) $>$ (د) $=$

(٣) الأعداد ٨ ، ٧ ، ٣ تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث ....

(أ) منفرج الزاوية. (ب) حاد الزوايا.

(جـ) قائم الزاوية. (د) متساوى الأضلاع.

(٤) فى المثلث أ ب جـ إذا كان : (أ جـ)^2 − ٢ > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن ....

(أ) ق (∠ب) > ٩٠° (ب) ق (∠ب) < ٩٠°

(جـ) ق (∠جـ) > ٩٠° (د) ق (∠أ) > ٩٠°

(٥) فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ جـ − أ ب) (أ جـ + أ ب) > (ب جـ)^2

فإن : ∠ب ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.